

10-дәріс.

Бұрыштық (жиіліктік және фазалық) модуляциялау (БМ) сигналдары.

БМ сигналдарының спектр ерекшеліктері модуляция индексі кіші және үлкен болғанда. Спектрдің тиімді енін бағалау. Жиілік модуляциясы (ЖМ) мен фаза модуляциясы (ФМ) сигналдарының спектрлеріндегі айырмашылықтар. Кездейсоқ екілік сигналмен модуляциялау кезіндегі спектрлер.

Жиілік және фазалық модуляция бұрыштық модуляция деп те аталады, өйткені берілетін сигнал тасушы фазалық бұрыштың аргументін немесе ағымдағы мәнін өзгертеді.

$$u_{БМ}(t) = U_m \cos(\omega_0 t + \varphi_0 + \varphi(t)) = U_m \cos(\Psi(t)),$$

мұндағы U_m — амплитуда, ω_0 — жиілік, φ_0 , $\varphi(t)$ және $\Psi(t)$ — бастапқы, лездік және толық фаза, бұлар модуляциялаушы сигналға және модуляция түріне байланысты болады.

Фазалық модуляция

Фазалық модуляция кезінде модуляциялаушы сигнал $x(t)$ тасымалдаушының фазасын өзгертеді, сондықтан сигналдың лездік фазасы және ФМ сигналы келесідей болады:

$$\varphi(t) = k x(t) = \Delta\varphi b(t),$$

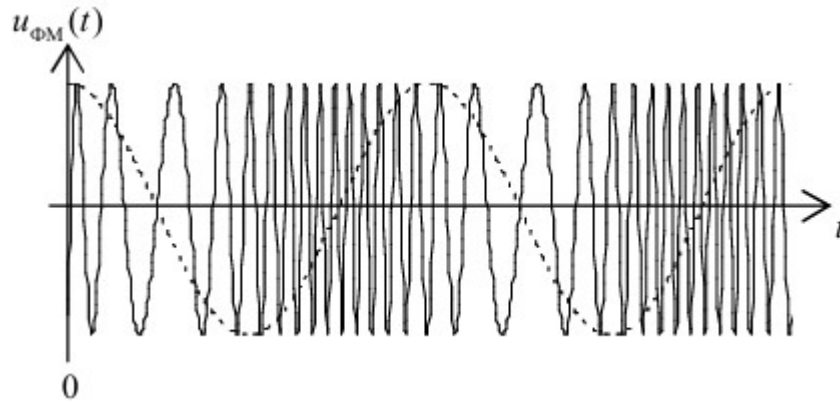
$$u_{ФМ}(t) = U_m \cos(\omega_0 t + \varphi_0 + k x(t)) = U_m \cos(\omega_0 t + \varphi_0 + \Delta\varphi b(t)),$$

мұндағы k — тұрақты коэффициент, $\Delta\varphi = k|x(t)|_{\max}$ — фазаның максималды ауытқуы немесе **фаза девиациясы**.

Біртондалған модуляциялаушы сигнал үшін ФМ сигналы:

$$u_{ФМ}(t) = U_m \cos(\omega_0 t + m \cos(\Omega t) + \varphi_0),$$

мұндағы $m = k|x(t)|_{\max} = \Delta\varphi$ — фазалық модуляция индексі.



Сурет 1 – Біртональді фазалық модуляция сигналы

Жиіліктік модуляция

Жиіліктік модуляция кезінде модуляциялаушы сигнал $x(t)x(t)x(t)$ тасушы жиілікті өзгертеді. Бұл жағдайда сигналдың лездік жиілігі мынаған тең:

$$\omega(t) = \omega_0 + kx(t) = \omega_0 + \Delta\omega b(t).$$

Жиіліктің максимал ауытқуы

$$\Delta\omega = k|x(t)|_{\{max\}}$$

жиіліктің девиациясы деп аталады.

Толық фаза тең:

$$\psi(t) = \int_0^t \omega(t)dt = \omega_0 t + k \int_0^t x(t)dt + \varphi_0.$$

Сондықтан модуляцияланған тербеліс:

$$\begin{aligned} u_{\{FM\}}(t) &= U_m \cos \left(\omega_0 t + k \int_0^t x(t)dt + \varphi_0 \right) = \\ &= U_m \cos \left(\omega_0 t + \Delta\omega \int_0^t b(t)dt + \varphi_0 \right). \end{aligned}$$

Егер енгізілген белгіні $b(t)$ деп белгілесек.

Тоналды модуляция жағдайы

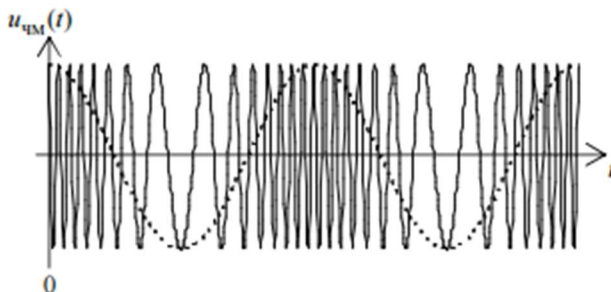
Егер модуляциялаушы сигнал:

$$x(t) = U_\Omega \cos(\Omega t)$$

болса, онда:

$$u_{\text{ЧМ}}(t) = U_m \cos(\omega_0 t + m \sin(\Omega t) + \varphi_0),$$

мұндағы $m = \Delta\omega/\Omega$. — тоналды модуляциялаушы сигнал үшін жиіліктік модуляция индексі.



Сурет 2 - Біртональді жиіліктік модуляция сигналы

Бұрыштық модуляция кезіндегі сигнал спектрі

Біртекті тоналды модуляция жағдайын қарастырайық, егер

$$x(t) = U_\Omega \sin(\Omega t),$$

онда

$$u_{\text{ЧМ}}(t) = U_m \cos(\omega_0 t + m \sin(\Omega t) + \varphi_0).$$

Кіші модуляция индексі үшін ($m \ll 1$):

$$\cos(m \sin(\Omega t)) \approx 1, \sin(m \sin(\Omega t)) \approx m \sin(\Omega t).$$

Сонда:

$$u_{\text{ЧМ}}(t) \approx U_m \cos(\omega_0 t + \varphi_0) - m U_m \sin(\Omega t) \sin(\omega_0 t + \varphi_0).$$

Тригонометриялық түрлендіруден кейін:

$$u_{\text{ЧМ}}(t) = U_m \cos(\omega_0 t + \varphi_0) + \frac{m U_m}{2} * \cos((\omega_0 + \Omega)t + \varphi_0) - \frac{m U_m}{2} * \cos((\omega_0 - \Omega)t + \varphi_0).$$

Демек, бұрыштық модуляция сигналдарының спектрі кіші индекстерде амплитудалық модуляция (АМ) спектріне ұқсас, тек бүйірлік жиіліктердің фазалары бір-бірінен π -ге ығысқан.

Нақты өрнек (Фурье қатарын пайдалану)

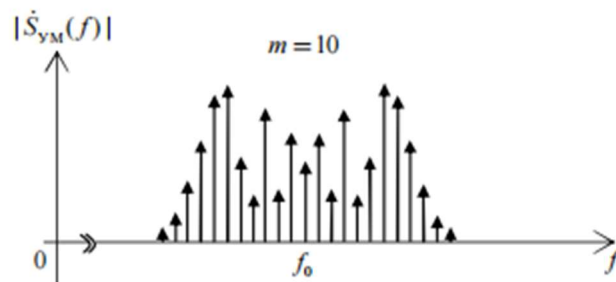
Тура өрнек Фурье қатарына жіктелген экспонент арқылы алынады:

$$e^{jm\sin(x)} = \sum_{k=-\infty}^{\infty} J_k(m) e^{jkx},$$

мұндағы $J_k(m)$ — Бессель функциясы (k -ші ретті).

Осыдан БМ спектрін аламыз (Сурет 3):

$$u_{\text{УМ}}(t) = \text{Re}\left(U_m e^{j(\omega_0 t + m \sin(\Omega t) + \varphi_0)}\right) = U_m \text{Re}\left(\sum_{k=-\infty}^{\infty} J_k(m) e^{j(\omega_0 t + k\Omega t + \varphi_0)}\right)$$
$$u_{\text{УМ}}(t) = U_m \sum_{k=-\infty}^{\infty} J_k(m) \cos((\omega_0 + k\Omega)t + \varphi_0).$$



Сурет 3 – БМ спектрі

Бақылау сұрақтары

- ☐ Жиіліктік модуляция кезінде сигналдың лездік жиілігі қалай анықталады?
- ☐ Жиіліктің девиациясы дегеніміз не және ол қалай есептеледі?
- ☐ Жиіліктік модуляция индексі (m) қалай анықталады? Оның физикалық мәнін түсіндіріңіз.
- ☐ Тоналды модуляция кезінде жиіліктік модуляцияланған сигналдың математикалық өрнегін жазыңыз.
- ☐ Кіші модуляция индексінде ($m \ll 1$ \vee $1 \ll m$) жиіліктік модуляция сигналының спектрі қандай ерекшелікке ие?

- ☐ Бессель функциялары ($J_k(m)J_{-k}(m)J_k(m)$) қайда қолданылады және олардың рөлі қандай?
- ☐ Бұрыштық модуляция спектрі мен амплитудалық модуляция спектрінің негізгі айырмашылығын түсіндіріңіз.
- ☐ Неліктен бұрыштық модуляцияда бүйірлік жиіліктердің фазалары π -ге ығысқан болады?
- ☐ Нақты сигналдың аналитикалық түрін алуға арналған идеалды фильтрдің ($H(f)H(f)H(f)$) жиілік сипаттамасын сипаттаңыз.